

Problème 226 – Les concours d'anecdotes de McFly & Carlito

Niveau : Terminale

Chapitres : Variables aléatoires, Loi binomiale, Sommes de variables aléatoires

Inédit, publié le 25/07/2021



En 2021, leur chaîne Youtube s'approchait des 7 millions d'abonnés : McFly et Carlito ont ainsi certainement trouvé leur public, avec des vidéos humoristiques ou des chansons amusantes qui détonnent toujours. Parmi ces vidéos, on va dans ce problème s'intéresser à celles des concours d'anecdotes. McFly et Carlito y invitent le plus souvent un duo d'adversaires (quelquefois une seule personne). Le principe est simple : un membre d'une équipe raconte à un des adversaires une anecdote, et l'adversaire doit deviner si l'anecdote est vraie et fausse. Le match se déroule sur plusieurs rounds, souvent huit⁽¹⁾. Pour ceux qui ont besoin de découvrir le concept, vous pouvez regarder notamment l'épisode avec Eric et Ramzy⁽²⁾.

Sur un match à 8 rounds, McFly et Carlito vont se partager équitablement la tâche – 4 rounds chacun –, que ce soit pour raconter une anecdote ou essayer de deviner si celle des adversaires est vraie ou fausse. Chaque succès de l'un ou l'autre rapporte un point au binôme. Une analyse statistique des matchs passés nous permet d'extrapoler que d'une manière générale, McFly a une probabilité $p_1 = 0,46$ de succès sur chaque anecdote, alors qu'elle est égale à $p_2 = 0,49$ pour Carlito : on remarque ainsi que d'une manière générale, ils vont donc plus souvent se tromper ou ne pas réussir à tromper !

Considérons ainsi de nouveaux matchs à 8 rounds. On associe à la variable aléatoire X le nombre de points marqués par McFly sur 4 rounds, et à Y le nombre de points marqués par Carlito sur les 4 autres rounds. On admet que X et Y sont indépendantes. On appelle Z la variable aléatoire associée au nombre de points marqués par le binôme, ensemble, sur ce match.

Dans tout le problème, les valeurs seront arrondies au centième près.

1) Justifier de manière précise que X et Y suivent chacune respectivement une loi binomiale dont on précisera les paramètres.

2) a) Quelle est la probabilité pour McFly de rapporter 4 points sur 4 rounds ?

b) Quelle est la probabilité pour Carlito de rapporter au plus 2 points sur 4 rounds ?

Propriété de MathsAMoi.com / Tous droits réservés ©

- 3) Déterminer $E[X]$, $E[Y]$ ainsi que $V[X]$ et $V[Y]$.
- 4) Calculer la moyenne du nombre de points marqués par le binôme ensemble.
- 5) Calculer $V[Z]$.

(1) Ce n'est pas toujours le cas : voir épisode 6 avec Philippe Lacheau et Boudali : <https://www.youtube.com/watch?v=n8kQ6KH2TQ8>

(2) Lien : <https://www.youtube.com/watch?v=CCSX781iunA>.

Note : Pour des questions de neutralité, nous n'encouragerons ni ne découragerons ceux qui veulent voir le match contre Emmanuel Macron (les médias en ont suffisamment parlé...).